

СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

***Основы
инфокоммуникационных
систем***

2016 г.

Сжатие сообщений

Эффективное кодирование

Алфавит состоит из четырех символов с разными вероятностями:

Символы алфавита	Вероятность символов
<i>a</i>	0,5
<i>b</i>	0,25
<i>c</i>	0,125
<i>d</i>	0,125

Эффективное кодирование

Алфавит состоит из четырех символов с разными вероятностями:

Символы алфавита	Вероятность символов
<i>a</i>	0,5
<i>b</i>	0,25
<i>c</i>	0,125
<i>d</i>	0,125

$$H(A) = - \sum_{m=1}^{m=M} p_m \cdot \log_2(p_m) =$$
$$= - \{0,5 \cdot \log_2(0,5) + 0,25 \cdot \log_2(0,25) + 2 \cdot 0,125 \cdot \log_2(0,125)\} = 1,75;$$

Эффективное кодирование

Для передачи символов можно использовать два разряда двоичных чисел:

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	00
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	10
<i>d</i>	0,125	11

Эффективное кодирование

Для передачи символов можно использовать два разряда двоичных чисел:

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	00
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	10
<i>d</i>	0,125	11

Метод Шеннона - Фано для эффективного кодирования предлагает другую кодовую таблицу

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	1
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	001
<i>d</i>	0,125	000

Эффективное кодирование

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	1
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	001
<i>d</i>	0,125	000

Средняя разрядность кодового двоичного числа для символа

$$N_{\text{ср}} = 0,5 \cdot 1 + 0,25 \cdot 2 + 2 \cdot 0,125 \cdot 3 = 1,75 = H(A);$$

Первая теорема Шеннона:

Средняя разрядность кодового двоичного числа для символов не может быть меньше, чем энтропия алфавита символов

Эффективное кодирование

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	1
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	001
<i>d</i>	0,125	000

Передаваемое сообщение: *dabac* кодируется – *0001011001*.

Эффективное кодирование

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	1
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	001
<i>d</i>	0,125	000

Передаваемое сообщение: *dabac* кодируется – **0001011001**.

Декодирование принятого сообщения при известном начальном моменте :

0001011001 – *d*; **0001011001** - *a*; **0001011001** – *b*; **0001011001** - *a*;
0001011001 - *c*.

Правильное декодирование обусловлено свойством **префиксности** рассматриваемого кода, позволяющего декодировать и при неизвестном начальном моменте с ошибкой декодирования в первом символе.

Эффективное кодирование

Символы алфавита	Вероятность символов	Код
<i>a</i>	0,5	1
<i>b</i>	0,25	01
<i>c</i>	0,125	001
<i>d</i>	0,125	000

Передаваемое сообщение: *dabac* кодируется – **0001011001**.

Декодирование принятого сообщения при неизвестном начальном моменте :

001011001 – *c*; **001011001** – *b*; **001011001** – *a*; **001011001** – *c*

Защита сообщений от ошибок

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

{ 01110010
01011000

кодировое расстояние $d = 3$

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

N_{10}	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Минимальное кодовое расстояние $d_{min} = 1$;
энтропия – 3 (равновероятные числа).

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$x_3 = x_2 \oplus x_1 \oplus x_0; \quad \text{контрольный разряд}$$

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$x_3 = x_2 \oplus x_1 \oplus x_0; \quad \text{контрольный разряд}$$

Минимальное кодовое расстояние $d_{min} = 2$;
энтропия – 3 (равновероятные числа).

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$x_3 = x_2 \oplus x_1 \oplus x_0; \quad \text{контрольный разряд}$$

Минимальное кодовое расстояние равно 2;
энтропия – 3 (равновероятные числа).

Обнаруживаются возможные одиночные
ошибки в разрядах

Помехоустойчивое кодирование

Кодовое расстояние между двумя двоичными числами определяется числом несовпадающих разрядов:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$x_3 = x_2 \oplus x_1 \oplus x_0; \quad \text{контрольный разряд}$$

Минимальное кодовое расстояние равно 2; энтропия – 3 (равновероятные числа).

Обнаруживаются возможные **одиночные** ошибки в разрядах

$$x_3 \oplus x_2 \oplus x_1 \oplus x_0 = 0; \quad \text{ошибок нет}$$

Помехоустойчивое кодирование

Избыточность - кода $k = t - n$, где t - общее число разрядов кодового числа, n - число информационных разрядов.

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$k = 4 - 3 = 1$$

Помехоустойчивое кодирование

Способность кода обнаруживать ошибки кратностью $S_{обн}$

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$S_{обн} = d_{\min} - 1$$

Помехоустойчивое кодирование

Способность кода обнаруживать ошибки кратностью $S_{обн}$:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$S_{обн} = d_{\min} - 1$$

$$S_{обн} = 2 - 1 = 1$$

Помехоустойчивое кодирование

Способность кода обнаруживать и исправлять ошибки кратностью $S_{исп}$:

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$S_{исп} = \frac{d_{\min} - 1}{2}$$

Помехоустойчивое кодирование

Способность кода обнаруживать и исправлять ошибки кратностью S_{ucn} :

N_{10}	x_3	x_2	x_1	x_0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	1	0	1	0
3	0	0	1	1
4	1	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	1	1	1

$$S_{ucn} = \frac{d_{\min} - 1}{2}$$

$$S_{ucn} = \frac{2-1}{2} = 0,5 \rightarrow 0$$

Спасибо за внимание.